reconstruction filter

$$G(z) = |\,z\,| \cdot W(z)$$

$$g(r) = \int_{-\infty}^{\infty} G(z) \cdot \exp(\,2 \cdot \pi \cdot i \cdot r \cdot z\,)\,dz$$

Ramachandran filter

$$W(z) = \begin{cases} 1 & |\,z\,| \le z_C \\ 0 & |\,z\,| > z_C \end{cases}$$

$$g(r) = 2 \cdot \int_0^{z_C} z \cdot \cos(\,2 \cdot \pi \cdot r \cdot z\,)\,dz$$

$$= \begin{cases} {z_C}^2 & r = 0 \\ 2 \cdot \dfrac{\cos(\,2 \cdot \pi \cdot r \cdot z_C\,) + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot z_C \cdot \sin(\,2 \cdot \pi \cdot r \cdot z_C\,) - 1}{(\,2 \cdot \pi \cdot r\,)^2} & r \ne 0 \end{cases}$$

Shepp filter

$$W(z) = \begin{cases} \sin\left(\dfrac{\pi}{2} \cdot \dfrac{z}{z_N}\right) / \left(\dfrac{\pi}{2} \cdot \dfrac{z}{z_N}\right) & |\,z\,| \le z_C \\ 0 & |\,z\,| > z_C \end{cases}$$

$$g(r) = 2 \cdot \int_0^{z_C} z \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{z}{z_N}\right) / \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{z}{z_N}\right) \cdot \cos(\,2 \cdot \pi \cdot r \cdot z\,)\,dz$$

$$= \frac{4 \cdot z_N}{\pi} \cdot \int_0^{z_C} \sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot z_N} \cdot z\right) \cdot \cos(\,2 \cdot \pi \cdot r \cdot z\,)\,dz$$

$$= H(\,4 \cdot z_N \cdot r + 1\,) - H(\,4 \cdot z_N \cdot r - 1\,)$$

$$H(t) = \left(\frac{2 \cdot z_N}{\pi}\right)^2 \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{z_C}{z_N} \cdot t\right)\right) / t$$

Chesler filter

$$W(z) = \begin{cases} \dfrac{1}{2} \cdot \left(1 + \cos\left(\pi \cdot \dfrac{z}{z_N}\right)\right) & |\,z\,| \le z_C \\ 0 & |\,z\,| > z_C \end{cases}$$

$$g(r) = \int_0^{z_C} z \cdot \left(1 + \cos\left(\pi \cdot \frac{z}{z_N}\right)\right) \cdot \cos(\,2 \cdot \pi \cdot r \cdot z\,)\,dz$$

$$= \begin{cases} \dfrac{1}{2} \cdot {z_C}^2 + I(\,1\,) & r = 0 \\ \dfrac{1}{4} \cdot {z_C}^2 + I(\,1\,) + \dfrac{1}{2} \cdot I(\,2\,) & r = \pm \dfrac{1}{2 \cdot z_N} \\ I(\,2 \cdot z_N \cdot r\,) + \dfrac{1}{2} \cdot (\,I(\,2 \cdot z_N \cdot r - 1\,) + I(\,2 \cdot z_N \cdot r + 1\,)\,) & r \ne 0 \text{ and } r \ne \pm \dfrac{1}{2 \cdot z_N} \end{cases}$$

$$I(t) = \left(\frac{z_N}{\pi}\right)^2 \cdot \left(\cos\left(\pi \cdot \frac{z_C}{z_N} \cdot t\right) + \pi \cdot \frac{z_C}{z_N} \cdot t \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{z_C}{z_N} \cdot t\right) - 1\right) / t^2$$

Gaussian filter

spatial domain , (r, θ)

$$f(r) = \frac{1}{\pi \cdot R^2} \cdot \exp\left(- \frac{r^2}{R^2} \right)$$

frequency doman , (z, ϕ)

$$F(z) = \int_0^{\infty} \int_0^{2 \cdot \pi} f(r) \cdot \exp(- 2 \cdot \pi \cdot i \cdot z \cdot r \cdot \cos(\theta - \phi)) \cdot r \; d\theta \; dr$$

$$= \frac{2}{R^2} \cdot \int_0^{\infty} r \cdot \exp\left(- \frac{r^2}{R^2} \right) \cdot J_0(2 \cdot \pi \cdot z \cdot r) \; dr$$

$$= \exp(- \pi^2 \cdot R^2 \cdot z^2)$$

reconstruction filter

$$W(z) = \begin{cases} F(z) & | z | \le z_N \\ 0 & | z | > z_N \end{cases}$$

$$g(r) = 2 \cdot \int_0^{z_N} z \cdot \exp(- \pi^2 \cdot R^2 \cdot z^2) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot r \cdot z) \; dz$$

$$= 2 \cdot \left[\left(- \frac{1}{2 \cdot \pi^2 \cdot R^2} \right) \cdot \exp(- \pi^2 \cdot R^2 \cdot z^2) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot r \cdot z) \right]_{z = 0}^{z = z_N}$$

$$- 2 \cdot \int_0^{z_N} \left(- \frac{1}{2 \cdot \pi^2 \cdot R^2} \right) \cdot \exp(- \pi^2 \cdot R^2 \cdot z^2) \cdot (- 2 \cdot \pi \cdot r) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot r \cdot z) \; dz$$

$$= \frac{1 - \exp(\pi^2 \cdot R^2 \cdot {z_N}^2) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot z_N \cdot r) - 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \int_0^{z_N} \exp(- \pi^2 \cdot R^2 \cdot z^2) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot r \cdot z) \; dz}{\pi^2 \cdot R^2}$$

$$- 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \int_0^{z_N} \exp(- \pi^2 \cdot R^2 \cdot z^2) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot r \cdot z) \; dz$$

$$= - \frac{\sqrt{\pi} \cdot r}{2 \cdot R} \cdot \exp\left(- \frac{r^2}{R^2} \right) \cdot i \cdot \left[\operatorname{erf}\left(\pi \cdot R \cdot z + i \cdot \frac{r}{R} \right) - \operatorname{erf}\left(\pi \cdot R \cdot z - i \cdot \frac{r}{R} \right) \right]_{z = 0}^{z = z_N}$$

$$= \sqrt{\pi} \cdot \frac{r}{R} \cdot \exp\left(- \frac{r^2}{R^2} \right) \cdot \left[\operatorname{Im}\left(\operatorname{erf}\left(\pi \cdot R \cdot z + i \cdot \frac{r}{R} \right) \right) \right]_{z = 0}^{z = z_N}$$

$$= \sqrt{\pi} \cdot \frac{r}{R} \cdot \exp\left(- \frac{r^2}{R^2} \right) \cdot \operatorname{Im}\left(\operatorname{erf}\left(\pi \cdot R \cdot z_N + i \cdot \frac{r}{R} \right) - \operatorname{erf}\left(i \cdot \frac{r}{R} \right) \right)$$

$$= \sqrt{\pi} \cdot \frac{r}{R} \cdot (\gamma(r) - \exp(- \pi^2 \cdot R^2 \cdot {z_N}^2) \cdot (\beta(r) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot z_N \cdot r) - \alpha(r) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot z_N \cdot r)))$$

$$\alpha(r) = \operatorname{Re}\left(w\left(- \frac{r}{R} + i \cdot \pi \cdot R \cdot z_N \right) \right)$$

$$\beta(r) = \operatorname{Im}\left(w\left(- \frac{r}{R} + i \cdot \pi \cdot R \cdot z_N \right) \right)$$

$$\gamma(r) = \operatorname{Im}\left(w\left(- \frac{r}{R} \right) \right)$$

$w(c) = \exp(- c^2) \cdot (1 + \operatorname{erf} (i \cdot c))$ Faddeeva function